

Wyznaczanie długości światła laserowego na podstawie analizy obrazu interferencyjnego powstałego po przejściu światła przez siatkę dyfrakcyjną

Jan Kowalski

Laboratorium Eksperymentu Fizycznego, Wydział Fizyki UAM,
Fizyka medyczna, rok 1, grupa 1

Streszczenie

W doświadczeniu zbadano zjawiska dyfrakcji i interferencji światła laserowego o barwie czerwonej podczas przejścia wiązki przez siatkę dyfrakcyjną. Na podstawie analizy położenia maksimum obrazu interferencyjnego otrzymanego po przejściu światła lasera przez siatkę dyfrakcyjną o stałej siatki $d = 10\mu\text{m}$ oraz znajomości odległości siatki od ekranu wyznaczono długość światła emitowanego przez laser. Otrzymana eksperymentalnie wartość średnia długości światła jest równa $\bar{\lambda}_w = (679,5 \pm 0,8) \text{ nm}$ i zgodnie z oczekiwaniami odpowiada barwie czerwonej. Wartość $\bar{\lambda}_w$ w granicach niepewności pomiarowej jest zgodna z wartością nominalną długości światła $\lambda^T = (650 \pm 70) \text{ nm}$ podaną przez producenta lasera.

1. Wprowadzenie

Celem doświadczenia jest wyznaczenie długości fali światła emitowanego przez laser na podstawie analizy obrazu interferencyjnego powstałego po przejściu wiązki lasera o barwie czerwonej przez siatkę dyfrakcyjną.

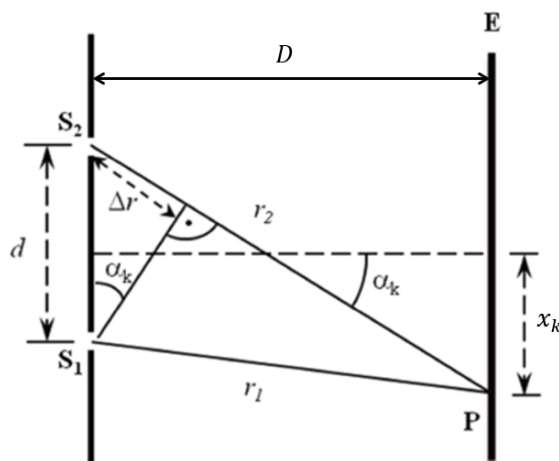
Światło jest falą elektromagnetyczną, czyli zmiennym polem elektromagnetycznym zawierającym wzajemnie indukujące się zmienne pole elektryczne i zmienne pole magnetyczne. W zjawiskach optycznych decydującą rolę odgrywa pole elektryczne, którego natężenie E w funkcji czasu t dla fali świetlnej rozchodzącej się w kierunku osi x można zapisać w postaci:

$$E = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right] + \varphi \quad (1)$$

gdzie E_0 oznacza amplitudę natężenia pola elektrycznego, a symbole λ oraz T reprezentują odpowiednio **długość** i **okres** fali. Argument funkcji sinus jest **fazą** rozważanej fali, natomiast **fazę początkową** tej fali oznaczono symbolem φ . Falowa natura światła przejawia się w zjawiskach dyfrakcji i interferencji światła. **Dyfrakcja** (ugięcie fali) polega na zmianie kierunku rozchodzenia się fali, która zachodzi przy przejściu fali przez szczelinę lub w pobliżu krawędzi obiektu. Można to wytłumaczyć tym, że zgodnie z **zasadą Huygensa** każdy punkt, do którego dociera fala, staje się nowym źródłem elementarnej fali kulistej. W szczególności zjawisko dyfrakcji fali na dwóch szczelinach wykorzystuje się do wytworzenia fal

monochromatycznych i spójnych (o stałej różnicy faz). Dla takich fal można zaobserwować zjawisko **interferencji** polegające na nakładaniu się tych fal, w wyniku czego powstaje fala wypadkowa, której amplituda jest uzależniona od różnicy faz fal składowych [2]. W wyniku nakładania się fal wtórnych uzyskujemy na ekranie rozkład amplitud zwany obrazem interferencyjnym [1].

Zjawisko interferencji można przedstawić na podstawie doświadczenia Younga, którego schemat ilustruje rysunek 1.



Rys. 1. Dyfrakcja fali na szczelinach S_1 i S_2 prowadzi do powstania fal, które nakładają się na siebie. W wyniku tego na ekranie E obserwuje się obraz interferencyjny złożony z prążków jasnych i ciemnych. Prążek jasny powstanie w punkcie P, gdy różnica dróg optycznych tych fal $\Delta r = r_2 - r_1$ będzie równa całkowitej wielokrotności długości fali $k\lambda$, natomiast dla prążków ciemnych Δr musi być nieparzystą wielokrotnością połowy długości fali [1]

Dwie szczeliny: S_1 oraz S_2 stanowią źródła fal świetlnych o stałej różnicy faz (spójnych)

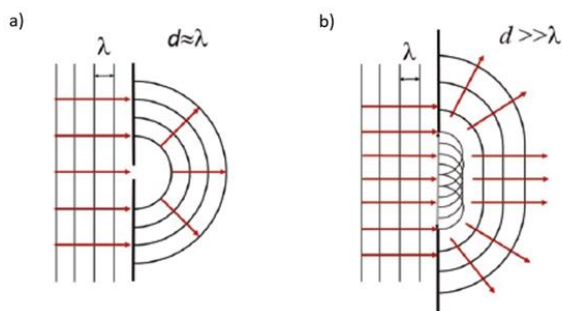
i jednakowej długości. Na ekranie E , ustawionym za tymi szczelinami, powstają prążki jasne i ciemne. Prążki jasne powstają w miejscach, w których fale spotykają się w zgodnej fazie, natomiast ciemne w punktach odpowiadających przeciwnym fazom interferujących fal. Jeżeli oznaczymy przez r_1 oraz r_2 odpowiednio drogę pierwszej i drugiej fali pomiędzy odpowiednimi szczelinami i ekranem, to różnicę dróg optycznych tych fal można opisać wielkością $\Delta r = r_2 - r_1$ (rys. 1). Jasny prążek interferencyjny pojawia się na ekranie E wówczas, gdy zachodzi zgodność fazowa interferujących fal - wtedy różnica faz jest równa całkowitej wielokrotności 2π . Przypadek ten zachodzi, gdy różnica dróg optycznych tych fal jest równa całkowitej wielokrotności długości fali, czyli gdy $\Delta r = k\lambda$ ($k \in N$). Na podstawie rysunku 1 wartość Δr można wyrazić także za pomocą wzoru:

$$\Delta r = d \sin \alpha_k \quad (2)$$

gdzie d oznacza odległość między środkami szczelin S_1 i S_2 natomiast α_k jest kątem, pod którym obserwowany jest jasny prążek interferencyjny rzędu k . Na podstawie wyżej wymienionych zależności otrzymujemy następujący warunek występowania prążków jasnych:

$$d \sin \alpha_k = k\lambda. \quad (3)$$

W zależności od szerokości szczeliny d zjawisko dyfrakcji jest mniej lub bardziej widoczne (rys.2).



Rys. 2. Zjawisko dyfrakcji fali na pojedynczej szczelinie w warunkach gdy: a) szerokość szczeliny d jest porównywalna z długością λ fali ($d \approx \lambda$), b) szerokość szczeliny jest dużo większa od długości λ fali ($d \gg \lambda$) [1]

Jeżeli szerokość szczeliny d jest porównywalna z długością fali λ (rys. 2a), czyli spełniony jest warunek $d \approx \lambda$, to można przyjąć, że otwór

jest źródłem pojedynczej fali kulistej i zjawisko dyfrakcji jest wyraźnie obserwowane. Gdy spełniony jest warunek $d \gg \lambda$ (rys. 2b), to wiele fal kulistych czoła fali, dochodząc do przeszkody, tworzy falę płaską, która przechodzi bez ugięcia, a tylko na krawędziach szczeliny zachodzi zjawisko dyfrakcji fali. Jeżeli fala świetlna pada prostopadle na siatkę dyfrakcyjną, która zawiera szereg wzajemnie równoległych i leżących w równych odstępach szczelin, to ugięte na szczelinach fale, w wyniku **zjawiska interferencji**, nakładają się na siebie, dając na ekranie obraz interferencyjny. Najczęściej siatkę dyfrakcyjną stanowi szereg rys naniesionych na płasko-równoległą płytkę szklaną. Przestrzenie między rysami spełniają funkcję szczelin, a odległość pomiędzy środkami sąsiednich szczelin nazywamy **stałą siatki dyfrakcyjnej d** [1].

W realizowanym doświadczeniu obraz interferencyjny na ekranie otrzymuje się po przejściu światła laserowego przez siatkę dyfrakcyjną. W oparciu o uzyskany obraz i przy założeniu, że odległość ekranu od układu szczelin D jest duża (rys. 1.) można estymować wartość sinusa kąta ugięcia α_k z wykorzystaniem zależności:

$$\sin \alpha_k \approx \tan \alpha_k = \frac{x_k}{D}. \quad (4)$$

Wprowadzając (4) do (3) można po prostych przekształceniach obliczyć długość fali λ światła padającego na siatkę dyfrakcyjną na podstawie określenia położenia x_k k -tego maksimum obrazu interferencyjnego (względem prążka zerowego) przy znanych wartościach d i D , zgodnie z poniższym wzorem:

$$\lambda = \frac{dx_k}{kD}. \quad (5)$$

Można także zmierzyć wartość odległości pomiędzy k -tymi maksimumami $l_k = 2x_k$, a wówczas długość fali λ na podstawie (5) będzie zdefiniowana wzorem:

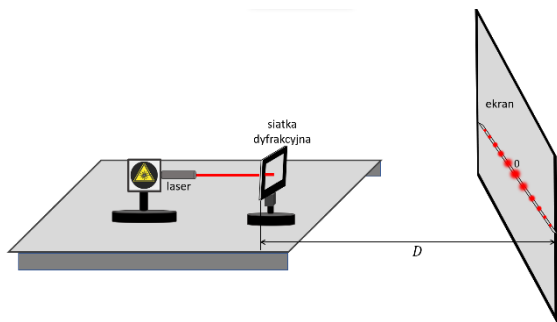
$$\lambda = \frac{dl_k}{2kD}. \quad (6)$$

2. Układ pomiarowy i przebieg doświadczenia

2.1. Układ pomiarowy

Na rysunku 3 przedstawiono poglądowy schemat stanowiska pomiarowego, którego główne elementy to:

- jednowiązkowy laser emitujący światło czerwone o nominalnej wartości długości fali światła równej $\lambda^T = (650 \pm 70)nm$ umocowany na statywie z uchwytem;
- siatka dyfrakcyjna ($d = 10\mu m$),
- ekran (tablica magnetyczna),
- narzędzia do pomiaru długości (taśma miernicza z magnesem, o niepewności działki równej $1 mm$).



Rys. 3. Schemat stanowiska pomiarowego

2.2. Przebieg doświadczenia i metodyka analizy danych

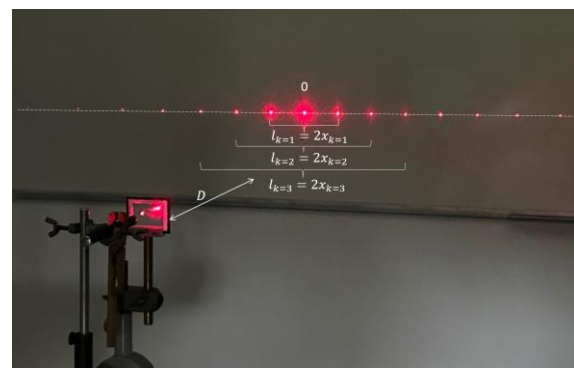
1. Ustawić siatkę zamocowaną w uchwycie w położeniu równoległym do ekranu
2. Umieścić laser w uchwycie znajdującym się przed siatką dyfrakcyjną na takiej wysokości, aby wiązka lasera przechodziła prostopadle do płaszczyzny siatki dyfrakcyjnej i przez jej centralną część. Zapisać wartość stałej dyfrakcyjnej siatki (d).
3. Trzykrotnie zmierzyć odległość D siatki dyfrakcyjnej od ekranu. Zapisać otrzymane wyniki oraz niepewności pomiarowe odczytu wyników.
4. Uruchomić laser poprzez założenie klamry na włączniku lasera.
5. Wykonać zdjęcie otrzymanego na ekranie obrazu interferencyjnego.
6. Odwzorować rozkład kolejnych maksimum uzyskanego obrazu interferencyjnego rysując pisakiem na tablicy kropki w miejscach odpowiadających położeniom

maksimów. Zaznaczyć położenie maksimum centralnego.

7. Wyłączyć laser.
8. Trzykrotnie zmierzyć odległość $l_k = 2x_k$ pomiędzy k -tymi maksimumami (dla danego k). Zapisać otrzymane wyniki oraz niepewności pomiarowe.
9. Na podstawie wzoru (6) i po uwzględnieniu w tym wzorze wartości stałej siatki dyfrakcyjnej d , rzędu k analizowanych prążków, wartości średniej \bar{D} odległości siatki dyfrakcyjnej od ekranu oraz odpowiednich wartości średnich wielkości \bar{l}_k definiujących odległość pomiędzy maksimumami dla danego k wyznaczyć wartości średnie $\bar{\lambda}_k$ i ich niepewności całkowite standardowe oraz względne procentowe. Obliczone wartości średnie zestawzić zaokrąglone wraz z ich niepewnościami pomiarowymi zgodnie z regułami zaokrąglania.
10. Obliczyć wartość średniej ważonej $\bar{\lambda}_w$ z obliczonych dla danego k wartości $\bar{\lambda}_k$ oraz niepewność całkowitą standardową średniej ważonej i względną procentową.
11. Przeprowadzić testowanie zgodności $\bar{\lambda}_w$ otrzymanej w doświadczeniu z nominalną długością fali światła lasera podaną przez producenta.

3. Prezentacja i dyskusja wyników

Na rysunku 4 przedstawiono zdjęcie otrzymanego w eksperymencie obrazu interferencyjnego wraz z ilustracją sposobu realizacji pomiarów - odległości pomiędzy k -tymi maksimumami (dla pierwszych trzech rzędów $k = 1, 2, 3$) oraz pomiaru D .



Rys. 4. Obraz interferencyjny otrzymany w eksperymencie po przejściu światła lasera o barwie czerwonej przez siatkę dyfrakcyjną o stałej siatki d równej $10\mu m$

Obraz otrzymano po przejściu wiązki lasera czerwonego przez siatkę dyfrakcyjną o stałej siatki d równej $10\mu m$. Na zdjęciu (rys. 4) można zauważyć, że największe natężenie światła ma maksimum centralne, a ze wzrostem k obserwuje się coraz mniejszą intensywność rejestrowanych maksimów. W tabeli 1 zamieszczono zestawienie wartości średnich pomiarów bezpośrednich wraz z ich niepewnościami całkowitymi standardowymi oraz względnymi procentowymi (odpowiednie wartości średnie wielkości: \bar{l}_k opisującej odległości pomiędzy k -tymi maksimami obrazu interferencyjnego i \bar{D} definiującej odległości siatki dyfrakcyjnej od ekranu) oraz wyniki pomiarów pośrednich wraz z ich niepewnościami całkowitymi standardowymi oraz względnymi procentowymi (odpowiednie wartości średnie wielkości długości fali światła lasera $\bar{\lambda}_k$ (dla $k = 1, 2, 3$) oraz wartość średniej ważonej $\bar{\lambda}_w$ stanowiącej rezultat końcowy doświadczenia).

Tabela 1 Prezentacja wyników analizy pomiarów bezpośrednich i pośrednich wraz z rezultatem testowania zgodności wartości średniej ważonej długości $\bar{\lambda}_w$ światła lasera wyznaczonej w doświadczeniu z wartością nominalną λ^T podaną przez producenta lasera

Pomiary bezpośrednie				
\bar{X} [jed]	\bar{x}	$u(x)$	$u_r(x)$ %	n
\bar{D} [mm]	1105,0	0,6	0,05	3
$\bar{l}_{k=1}$ [mm]	150,3	0,7	0,4	3
$\bar{l}_{k=2}$ [mm]	301,7	0,9	0,29	3
$\bar{l}_{k=3}$ [mm]	450,0	0,6	0,13	3
Pomiary pośrednie				
\bar{Z} [jed]	\bar{z}	$u(z)$	$u_r(z)$ %	
$\bar{\lambda}_{k=1}$ [nm]	680,2	3,0	0,4	
$\bar{\lambda}_{k=2}$ [nm]	682,5	2,0	0,30	
$\bar{\lambda}_{k=3}$ [nm]	678,7	0,9	0,14	
$\bar{\lambda}_w$ [nm]	679,5	0,8	0,12	
Testowanie zgodności wyników z wartością oczekiwaną				
$ \bar{\lambda}_w - \lambda^T \leq u(\lambda_w) + u(\lambda^T)$			Wynik: zgodność	
$\lambda^T = (650 \pm 70)nm \quad u(\lambda^T) = 40nm$				

W tabeli 1 zawarto także rezultat testowania zgodności $\bar{\lambda}_w$ z wartością nominalną długości fali światła emitowanego przez laser stosowany w doświadczeniu (podaną przez producenta). Wszystkie wykonane pomiary

konieczne do realizacji celu doświadczenia wraz z niepewnościami systematycznymi narzędzi pomiarowych oraz szczegóły analizy danych wraz ze wzorami na niepewności pomiarowe zamieszczono w aneksie.

4. Wnioski

- Po przejściu wiązki lasera przez siatkę dyfrakcyjną zarejestrowano na ekranie obraz interferencyjny, który stanowi eksperymentalne potwierdzenie występowania zjawisk dyfrakcji i interferencji światła.
- Największe natężenie światła odnotowano dla maksimum centralnego obrazu interferencyjnego, natomiast dla kolejnych maksimów tego obrazu zaobserwowano postępujący spadek ich intensywności wraz ze wzrostem k .
- Analiza odległości pomiędzy odpowiednimi k -tymi maksimami obrazu interferencyjnego, przy znajomości wartości stałej siatki dyfrakcyjnej ($d = 10\mu m$), odległości \bar{D} siatki od ekranu i spełnieniu warunku, że: $\bar{D} \gg d$, umożliwiła wyznaczenie wartości średniej ważonej $\bar{\lambda}_w$ długości fali światła (rezultat uśrednienia $\bar{\lambda}_k$, dla $k = 1, 2, 3$), która w granicach niepewności standardowych jest zgodna z wartością nominalną podaną przez producenta lasera.
- Otrzymana w eksperymencie wartość $\bar{\lambda}_w = (679,5 \pm 0,8) nm$, zgodnie z oczekiwaniami, jest w zakresie długości fal charakterystycznych dla barwy czerwonej.
- Wszystkie wartości niepewności standardowych względnych są mniejsze od 5%, co przy zgodności $\bar{\lambda}_w$ i λ^T wskazuje, że nie ma potrzeby planowania pomiarów z większą dokładnością.

Literatura

- [1] Kottowska M., Dobies M., Makrocka-Rydzik M., Paprzycka M., Woźniak-Braszak A., *Pracownia Podstaw Eksperymentu Fizycznego*, Wydawnictwo Naukowe UAM, 2019

Data realizacji doświadczenia: 17.09.2023

Prowadzący doświadczenie: dr Maria Dobies

Aneks

Wyznaczanie długości fali światła laserowego			
λ_C^T [nm]	650		
$\Delta\lambda_C^T$ [nm]	70	$u(\lambda_C^T)$ [nm]	40,41451884
Pomiary bezpośrednie			
Obliczanie wartości średniej \bar{x} i jej niepewności całkowitej standardowej $u(x)$ oraz względnej (procentowej) $u_r(x)$; w doświadczeniu x to D i l_k ($k = 1, 2, 3$):			
d [μ m]	10	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$; $u(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x) + u_{\text{D}}^2(x)} = \sqrt{s_{\bar{x}}^2 + \frac{\Delta_d^2 x}{3} + \frac{\Delta_l^2 x}{3}}$; $u_r(x) = \frac{u(x)}{\bar{x}} \cdot 100\%$	
d [mm]	0,01		
$\Delta_d D$ [mm]	1	$\Delta_d l_k$ [mm]	1
$\Delta_o D$ [mm]	0	$\Delta_o l_k$ [mm]	0

Lp.	D [mm]	Lp.	$l_{k=1}$ [mm]	$l_{k=2}$ [mm]	$l_{k=3}$ [mm]
1	1105	1	150	301	450
2	1105	2	151	303	450
3	1105	3	150	301	450
\bar{D} [mm]	1105	\bar{l}_k [mm]	150,3333333	301,6666667	450
$u_A(D) = s_D$ [mm]	0	$u_A(l_k) = s_{l_k}$ [mm]	0,333333333	0,666666667	0
$u_B(D)$ [mm]	0,577350269	$u_B(l_k)$ [mm]	0,577350269	0,577350269	0,577350269
$u(D)$ [mm]	0,577350269	$u(l_k)$ [mm]	0,666666667	0,881917104	0,577350269
$u_r(D)$ [%]	0,052248893	$u_r(l_k)$ [%]	0,44345898	0,292348211	0,12830006
Zestawienie wyników	$\bar{D} = 1105,0$ mm	Zestawienie wyników	$\bar{l}_{k=1} = 150,3$ mm	$\bar{l}_{k=2} = 301,7$ mm	$\bar{l}_{k=3} = 450,0$ mm
	$u(D) = 0,6$ mm		$u(l_{k=1}) = 0,7$ mm	$u(l_{k=2}) = 0,9$ mm	$u(l_{k=3}) = 0,6$ mm

Pomiary pośrednie						
Obliczanie wartości średniej $\bar{\lambda}_k$ i jej niepewności całkowitej standardowej $u(\lambda_k)$ oraz względnej (procentowej) $u_r(\lambda_k)$						
$\bar{\lambda}_k = \frac{d \bar{l}_k}{2k \bar{D}} \quad u(\lambda_k) = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{\lambda}_k}{\partial l_k} u(l_k)\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\lambda}_k}{\partial D} u(D)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d}{2k \bar{D}} u(l_k)\right)^2 + \left(-\frac{d \bar{l}_k}{2k \bar{D}^2} u(D)\right)^2} \quad w_k = \frac{1}{(u(\lambda_k))^2}$						
Lp.	k	$\bar{\lambda}_k$ [mm]	$u(\lambda_k)$ [mm]	$w_k \left[\frac{1}{\text{mm}^2}\right]$	$\bar{\lambda}_k w_k \left[\frac{1}{\text{mm}}\right]$	$u_r(\lambda_k)$ [%]
1	1	0,000680241	3,03746E-06	1,08388E+11	73729744,9	0,446526386
2	2	0,000682504	2,0269E-06	2,43408E+11	166126550,4	0,29698051
3	3	0,000678733	9,40256E-07	1,13112E+12	767726893,6	0,138531051
suma				1,48291E+12	1007583189	

Zestawienie wyników
$\bar{\lambda}_1 = 680,2$ nm $u(\lambda_1) = 3,0$ nm
$\bar{\lambda}_2 = 682,5$ nm $u(\lambda_2) = 2,0$ nm
$\bar{\lambda}_3 = 678,7$ nm $u(\lambda_3) = 0,9$ nm

Obliczanie wartości średniej ważonej $\bar{\lambda}_w$ i jej niepewności całkowitej standardowej $u(\lambda_w)$ oraz względnej (procentowej) $u_r(\lambda_w)$	
$\bar{\lambda}_w = \frac{\bar{\lambda}_1 w_1 + \bar{\lambda}_2 w_2 + \bar{\lambda}_3 w_3}{w_1 + w_2 + w_3}$ [mm]	0,000679462
$u(\lambda_w) = \sqrt{\frac{1}{w_1 + w_2 + w_3}}$ [mm]	8,21187E-07
$\bar{\lambda}_w$ [nm]	679,4622093
$u(\lambda_w)$ [nm]	0,821187249
$u_r(\lambda_w)$ [%]	0,120858414
Zestawienie końcowe wyników:	$\bar{\lambda}_w = 679,5$ nm
	$u(\lambda_w) = 0,8$ nm

Testowanie zgodności średniej ważonej $\bar{\lambda}_w$ z wartością oczekiwaną λ_C^T

$ \bar{\lambda}_w - \lambda_C^T \leq u(\lambda_w) + u(\lambda_C^T)$		
$\bar{\lambda}_w - \lambda_C^T$ [nm]	29,46220931	
$u(\lambda_w) + u(\lambda_C^T)$ [nm]	41,23570609	
Wynik:	zgodność	