

## E202. Zjawisko indukcji elektromagnetycznej Faradaya

### 1. Wprowadzenie



Zjawisko indukcji elektromagnetycznej było przełomowym wydarzeniem w dziedzinie nauki o elektryczności i magnetyźmie na początku XIX w. Po odkryciach związanych z elektrycznością (Galvani, Volta) i powszechnie znanych obserwacjach własności magnesów trwałych udało się wykazać związek elektryczności z magnetyzmem na przykładzie elektromagnesu (Ampere). Wyzwaniem stało się uzyskanie efektu odwrotnego - uzyskanie źródła napięcia elektrycznego z magnesu trwałego. Wyzwania tego podjął się najzdolniejszy eksperymentator ówczesnych czasów, Michael Faraday. Dziś trudno uwierzyć, że badania te zajęły kilka lat życia tego genialnego uczonego-samouka. Początkowo efekt przyniosły próby z elektromagnesem, podczas których zaobserwował, że napięcie w obwodzie "wtórnym" pojawia się tylko podczas włączania i wyłączenia obwodu elektromagnesu. Dalsze obserwacje już ponownie z użyciem magnesów stałych doprowadziły go do dobrze dziś znanych wniosków, że indukowane napięcie zależy od szybkości zmian pola magnetycznego obejmowanego przez obwód elektryczny (1831 r.).

*Ukoronowaniem prac związanych z elektrycznością i magnetyzmem było stworzenie teorii tych zjawisk przez szkockiego uczonego, Jamesa Maxwella w 1865 r.*

### Cele ćwiczenia

- Obsługa wielofunkcyjnej karty pomiarowej. Programowe kondycjonowanie sygnału. Analiza danych pomiarowych wykorzystując zaawansowane funkcje środowiska programistycznego,
- Obserwacja zjawiska indukowania siły elektromotorycznej w cewkach przez spadający swobodnie magnes,
- Pomiar zależności indukowanego napięcia (SEM) od prędkości ruchu magnesu ( $v$ ) w kolejnych cewkach,
- Wyznaczenie wielkości strumienia indukcji magnetycznej ( $\Phi(N)$  i  $\Phi(S)$ ) indukującego napięcie w cewkach pomiarowych,

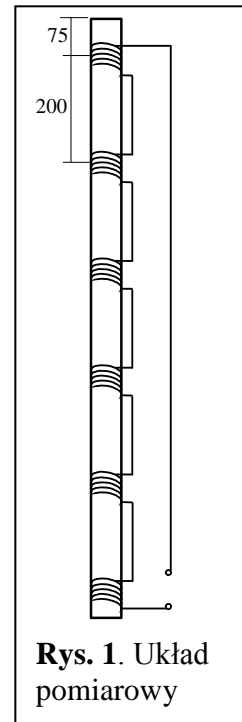
- Określenie odległości wzajemnej umownych biegunów magnesu o kształcie walca ( $d$ ).

## Przyrządy

Komputer PC z kartą pomiarową NI-USB6009, środowisko NI LabVIEW<sup>®</sup>, układ cewek na rurce, magnes stały.

## Aparatura

Zestaw ćwiczeniowy składa się z plastikowej rurki o długości 1,15 m oraz nawiniętych na nią 6 cewek o pomiarowych połączonych szeregowo. Rurka ustawiona jest pionowo. W odległości 7,5 cm od górnego jej końca znajduje się pierwsza cewka pomiarowa. Następne cewki nawinięte są co 20 cm. Każda cewka ma ok. 1 cm długości, średnicę wewnętrzną 1,5 cm a zewnętrzną 1,6 cm. Cewki są jednakowe i składają się z 17 zwojów drutu miedzianego o średnicy 0,5 mm. Końce drutu podłączone są do gniazd, które przewodami łączy się z interfejsem pomiarowym.



**Rys. 1.** Układ pomiarowy

## 2. Wstęp teoretyczny

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej polega na tym, że w obwodzie elektrycznym powstaje siła elektromotoryczna (SEM)  $E$  wtedy gdy zmienia się w czasie strumień indukcji pola magnetycznej,  $B$ , obejmowany przez ten obwód. Siła ta jest proporcjonalna do szybkości zmian strumienia magnetycznego  $\Phi$ :

$$E = - \frac{d\Phi}{dt} . \quad (1)$$

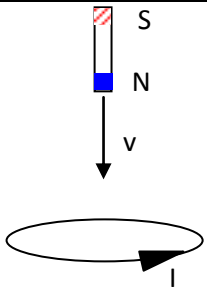
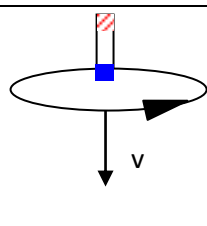
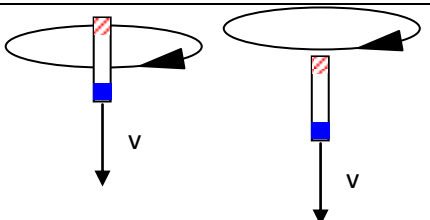
Znak "-" wyraża regułę Lenza ustalającą kierunek indukowanego prądu tak, by efekty jego działania przeciwstawiały się przyczynie jego powstania.

W przypadku magnesu przechodzącego przez cewkę o  $N$  zwojach całkowita wartość  $E$  wyniesie w przybliżeniu

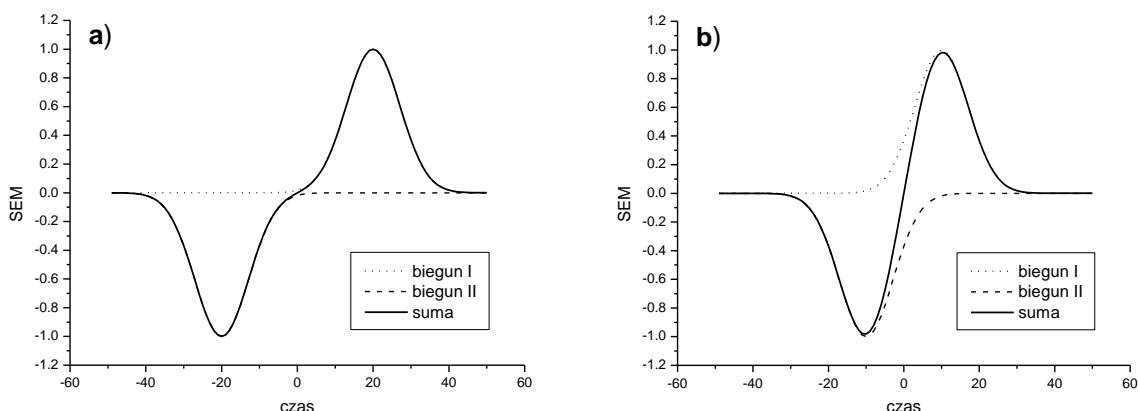
$$E = -N \frac{d\Phi}{dt} . \quad (2)$$

Pomiar  $E$  w funkcji czasu daje możliwość obliczenia pewnych wielkości związanych z polem magnetycznym spadającego magnesu.

Rozważania te łatwiej jest prowadzić na modelu magnesu przedstawiającego go jako dipol magnetyczny, czyli - na zasadzie analogii z dipolem elektrycznym - dwa bieguny magnetyczne pozostające od siebie w stałej odległości  $d$ . Łatwo teraz intuicyjnie przewidzieć wartość i kierunek siły elektromotorycznej rozpatrując efekty wywoływane przez każdy z biegunów z osobna. Dla ułatwienia założmy, że magnes porusza się ruchem jednostajnym.

<p>Zbliżający się do cewki pierwszy biegun początkowo wywołuje niewielkie zmiany strumienia magnetycznego obejmowanego przez cewkę. Stopniowo jednak efekt ten rośnie ponieważ linie sił pola zagęszczają się, a także silnie zmienia się udział składowej indukcji pola skierowanej wzdłuż kierunku ruchu magnesu. Kierunek prądu jest taki, by opóźnić ruch magnesu, czyli nad cewką wytwarza się biegun identyczny z nadlatującym.</p>	
<p>Maksimum szybkości zmian pola następuje w momencie przejścia bieguna przez cewkę. Po drugiej stronie cewki reguła Lenza, wymagająca by powstrzymać ruch magnesu, pozostawia bez zmian kierunek przepływu prądu, a szybkość zmian strumienia maleje symetrycznie do sytuacji z drugiej strony cewki.</p>	
<p>Zbliżający się drugi biegun powoduje powstanie efektów identycznych z tą tylko różnicą, że kierunek indukowanego prądu jest przeciwny.</p>	

Niewielka zazwyczaj odległość pomiędzy biegunami powoduje, że wpływy pochodzące od nich sumują się w momencie gdy magnes znajduje się w pobliżu cewki. Ilustruje to Rys. 2.



**Rysunek 2.** Przybliżony przebieg sygnału siły elektromotorycznej indukcji przy przejściu magnesu przez cewkę dla a) dużej i b) małej odległości między biegunami.

Symulacje na rys. 2 sporządzono przybliżając rzeczywistą zależność za pomocą krzywej Gaussa. Umownie przyjęto za początek osi czasu moment przejścia środka magnesu przez cewkę. Analiza jakościowa rys. 2 prowadzi do następujących wniosków:

1. Skończona odległość pomiędzy biegunami umownymi powoduje deformację wewnętrznych zboczy krzywych dzwonowych będących efektem oddziaływania poszczególnych biegunów z cewką.
2. Deformacja ta może prowadzić do błędnej oceny położenia ekstremum krzywej dzwonowej.
3. Obliczanie całkowitego strumienia poszczególnych biegunów obejmowanych przez cewkę bezpośrednio z krzywej pomiarowej (linia ciągła) należy skorygować w taki sposób, by uzyskać takie krzywe symetryczne, których suma pokryje się z krzywą pomiarową.

Alternatywnie, kształt krzywej w okolicy środka można interpretować jako skutek skupienia linii sił pola wewnątrz magnesu oraz w niewielkiej od niego odległości. Linie te w całości mieszczą się w obrębie cewki, nie wnosząc tym samym przyczynku do powstania siły elektromotorycznej. Wtedy do obliczenia strumienia pola magnetycznego bierzemy bezpośrednio krzywą pomiarową. Obie interpretacje są w zasadzie poprawne, a jedyną konsekwencją ich stosowania jest wybór stałej całkowania przy obliczaniu całkowitego strumienia indukcji pola magnetycznego magnesu obejmowanego przez cewkę.

Niech  $R$  oznacza promień cewki, a kierunek ruchu magnesu pokrywa się z osią z

układu współrzędnych. Jeśli magnes spada środkiem rurki, to dla konkretnej odległości  $l$  bieguna od cewki możemy obliczyć strumień indukcji magnetycznej obejmowany przez cewkę:

$$\Phi(l) = \int_S B \cdot dS = \int_0^R B(l) 2\pi r dr \quad (3)$$

gdzie  $dS$  jest nieskończenie małym fragmentem pola  $S$ , które przecinają linie indukcji pola magnetycznego. Dla kołowej powierzchni cewki  $S=2\pi r$ ,  $r$  to promień cewki.

Zmianę w czasie strumienia wyznaczyć można szukając zmian w indukcji magnetycznej. Stosując regułę łańcuchową otrzymujemy

$$\frac{dB}{dt} = \frac{dB}{dz} \frac{dz}{dt} \quad (4)$$

Łącząc równania (2), (3) i (4) dostajemy

$$E(l) = -Nv(l) \int_0^R \frac{dB(l)}{dz} 2\pi r dr, \quad (5)$$

gdzie  $v(l)$  jest chwilową prędkością spadku magnesu. Warto zauważyć, że całka w równaniu (5) zależy jedynie od odległości  $l$ , czyli np. ma wartość identyczną dla sytuacji, w których magnes dociera do miejsc tak samo oddalonych od poszczególnych cewek. Wobec tego wartości siły elektromotorycznej  $E$  mierzone w poszczególnych cewkach w chwilach gdy magnes oddalony jest od nich o  $l$  są proporcjonalne do jego prędkości w tych momentach. Stwierdzenie to dotyczy w szczególności sytuacji przejścia obu biegunów przez cewki, odpowiadających w przybliżeniu położeniom ekstremów sygnału  $E(t)$ . Można obliczyć stąd odległość  $d$  pomiędzy biegunami umownymi magnesu. Zakładając dla uproszczenia, że prędkości przejścia obu biegunów przez cewkę są identyczne, odległość  $d$  można obliczyć jako

$$d = v\Delta t, \quad (6)$$

gdzie  $\Delta t$  jest odstępem czasu pomiędzy maksimum i minimum sygnału  $E(t)$ , a  $v$  jest prędkością magnesu w chwili przechodzenia przez daną cewkę. Prędkość tę można obliczyć albo ze wzoru

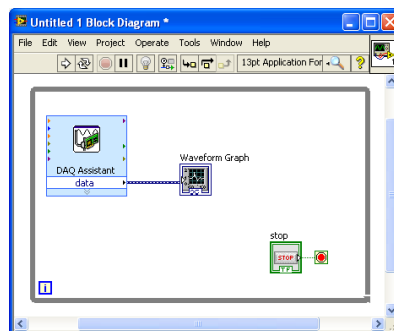
$$v = \sqrt{2gz}, \quad (7)$$

gdzie  $z$  jest drogą spadku, albo przy braku precyzyjnej kontroli miejsca początku spadku magnesu, można ekstrapolować do zerowej wartości zależność maksimów i minimów sygnału  $E(t)$  aby otrzymać moment początkowy spadku i wtedy można skorzystać ze wzoru

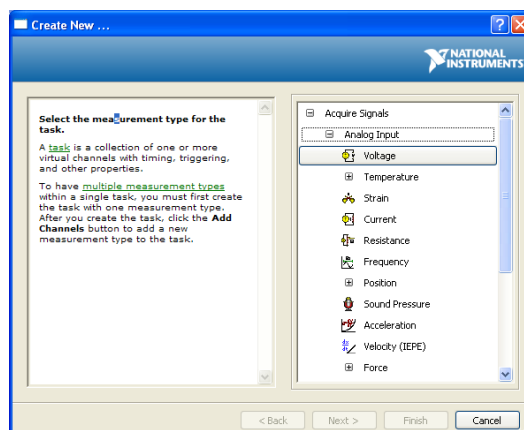
$$v = gt. \quad (8)$$

### 3. Przebieg ćwiczenia.

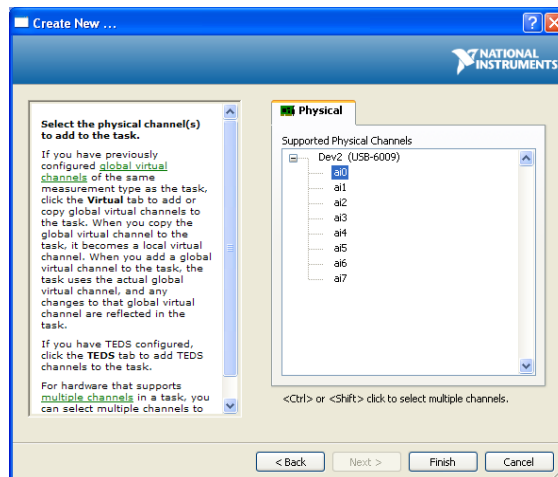
- 1) Podłącz złącza cewek do kanału analogowego AI0 karty pomiarowej NI-USB6009.
- 2) Rejestruj przebiegi czasowy napięcia na wybranym złączu analogowym wykorzystując funkcję *DAQ Assistant* umieszczonym w pętli *WHILE*. Paczki danych prezentuj na wykresie *Waveform Graph*



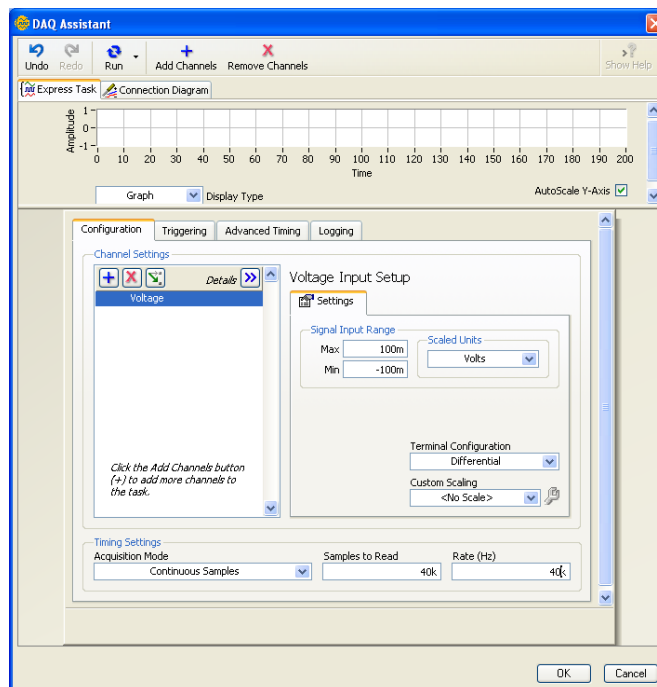
a) Rejestracja analogowego sygnału napięciowego



b) Wybrać kanał pomiarowy (AI0)

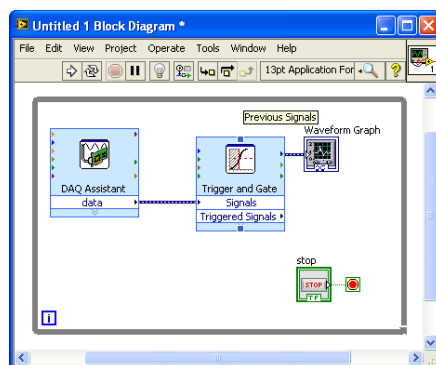


c) Czulość karty NI-USB6009 jest wystarczająca aby zarejestrować indukowany sygnał SEM bez dodatkowego wzmacniania. Spodziewamy się indukowanych napięć na poziomie mniejszym niż 1V zatem zakres pomiarowy karty warto zmniejszyć domyślny zakres pomiarowy (z +/-10V na +/-1V). W mierzonym sygnale mogą pojawiać się zakłócenia pochodzące z źródeł zewnętrznych (np. z sieci zasilającej). Aby zminimalizować zakłócenia pomiar odbywać powinien się w trybie różnicowym. Ustalić warunki pomiaru: Signal input range: +/-1V; Acquisition mode: Continuous Samples; Terminal configuration: Differential; Rate: 40kS/s; Samples to Read 40k



- 1) Zrzucaj magnes aby przekonać się czy parametry rejestracji sygnału zostały ustawione poprawnie
- 2) Użyj funkcji *Trigger and Gate* aby zapamiętać zarejestrować i zatrzymać sygnał SEM

indukowany w trakcie spadku magnesu. Znajdź właściwe wartości określające warunki rozpoczęcia wyzwiania (*Start Trigger*): *Start Level*, *Pre samples* oraz warunek końca wyzwiania (paleta *Stop Trigger*) *Number of samples*. Dobrze dobrane parametry funkcji powinny umożliwić zapamiętanie przebiegu SEM składającego się z 6 charakterystycznych przebiegów (rys.2) indukowanych przez magnes w każdej z 6 cewek.

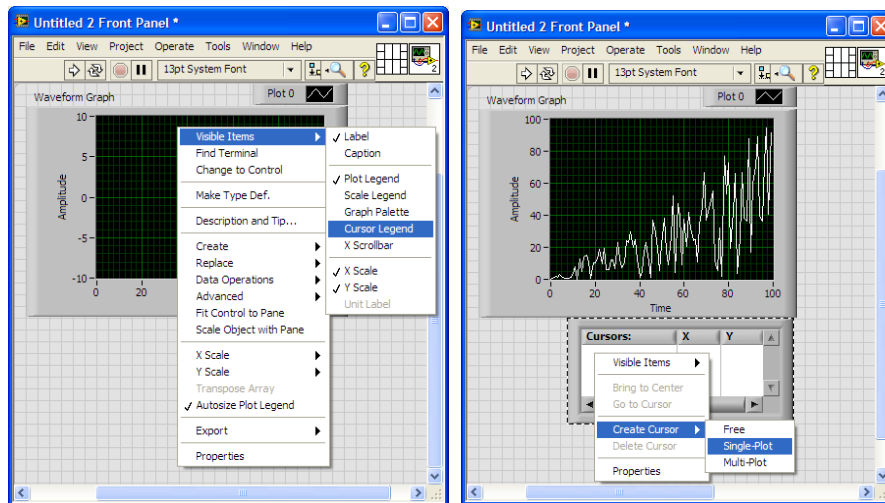


- 3) Zauważ, że w mierzonym sygnale,  $U(t)$ , występuje pewna stała wartość napięcia,  $U_0$ . Przed dalszą analizą mierzony sygnał powinien zostać skorygowany  $U(t) - U_0$ . Wartość  $U_0$  powinna zostać dobrana tak by szczytywany sygnał oscylował wokół „zera” przed rzutem magnesu. Wartość  $U_0$  może być dobrana ręcznie (podając odpowiednią wartość z kontrolki numerycznej) lub automatycznie stosując

$$U_0 = \frac{\int_0^T U(t) dt}{T}$$



- 4) Udowodnij prawo indukcji Faraday'a wykazując, że zależność  $SEM(v)$  jest liniowa. W tym celu określ czasy i wysokości maksimum oraz czasy i wysokości minimum w rejestrowanym sygnale SEM (rys2). Aby znaleźć chwilową wartości prędkości,  $v$ , wykorzystaj równanie (6), w którym  $\Delta t = |t_{\max} - t_{\min}|$  to odległość w czasie między maksimum a minimum, a  $d$  to odległość między biegunami magnesu (załóż stałą długość magnesu).
- Aby znaleźć wartości maksimum (i minimum) SEM oraz odpowiadających czasów użyj właściwości kursorów *Waveform Graph* (kursor typu *single plot*)



Pary liczb ( $SEM, t$ ) mogą być również wyznaczone automatycznie stosując funkcję *Peak Detector*.

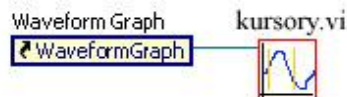
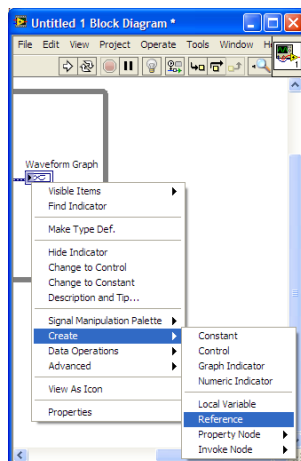
- 5) Oblicz całkowity strumień indukcji pola magnetycznego stosując przekształcony wzór (2)

$$\Phi \propto \int_{t_1}^{t_2} SEM(t) dt .$$

Całka w powyższym równaniu oznacza pole powierzchni pod pikiem (lub doliną) w przebiegu czasowym SEM. Całkowity strumień indukcji pola magnetycznego zależy od właściwości magnesu (jego geometrii oraz materiału, z którego został wykonany) oraz geometrii cewek. Ponieważ obie te wielkości pozostają stałe w trakcie spadku, zatem całkowity strumień, wyznaczany z powyższego równania, powinien być identyczny dla dowolnego maksimum i taki sam jak ten otrzymany dla dowolnego minimum.

W celu wycięcia części przebiegu czasowego poddawanego całkowaniu (od  $t_1$  do  $t_2$ ) wykorzystaj właściwości kursorów wskaźnika *Waveform Graph*. Zadbaj aby wskaźnik *Waveform Graph* posiadał dwa kursory typu *single-plot*. Użyj funkcji *Kursory.vi* z palety *Functions->User Libraries*. Stwórz referencje (*reference*) do wskaźnika i

podcpnij do odpowiedniego złącza funkcji.



Funkcja *Kursory* zwróci część przebiegu znajdującego się między kursorami w postaci tablicy wartości SEM. Wykorzystaj funkcję *Numeric Integration* w celu obliczenia powyższej całki.

- 6) Sprawdź jak zmienia się przebieg SEM gdy wydłuży się magnes (połącz ze sobą 2 lub 3 magnesy). Skomentuj zmiany.

## Zasady przygotowania raportu

1. Opisz krótko badane zjawisko, problem, podając niezbędne równania.
2. Podaj cele ćwiczenia.
3. W punktach pokaż realizację poszczególnych elementów ćwiczenia. W przypadku programu pokaż jego panel frontowy i diagram blokowy (lub chociaż najważniejszą jego część) oraz omów krótko najistotniejsze punkty programu wraz z ewentualnymi trudnościami napotkanymi w ich realizacji.
4. Wyniki pomiarów przedstawiaj w sposób umożliwiający ich łatwą ocenę:
  - a) pojedyncze wyniki w postaci wyróżnionych liczb (pogrubienie, większy rozmiar czcionki itp),
  - b) serie kilku(nastu) wyników przedstawiaj w postaci tabel lub list. Tam gdzie to wskazane, pokaż je też na wykresie.
  - c) Długie serie pomiarowe obejmujące więcej punktów zawsze prezentuj na wykresach. Osie wykresów opisane, z jednostkami. W przypadku zamieszczania kilku przebiegów na jednym wykresie konieczna jest legenda lub opis pod wykresem.

5. Jeśli to konieczne, przedyskutuj poszczególne wyniki.
6. Napisz krótkie Podsumowanie/Wnioski zawierające streszczenie swoich dokonań (najlepiej w punktach) i ewentualne uwagi na temat ćwiczenia.
7. Struktura raportu
  - a) Raport musi zawierać numer i tytuł ćwiczenia, datę wykonania, datę sporządzenia raportu, nazwisko studenta (pary studentów), nazwisko prowadzącego. Najlepiej w nagłówku. Tabelka nie jest obowiązkowa, choć ułatwia życie. W przypadku programów, elementem raportu są kody programów i pliki z wynikami. W raporcie powinna znaleźć się informacja o nazwie folderu zawierającego te dane.
  - b) poszczególne części raportu powinny być wyraźnie wydzielone. Tytuły części piszemy pismem pogrubionym, części mogą (nie muszą) być ponumerowane.
  - c) Wszystkie wzory powinny być ponumerowane (z prawej strony).
  - d) Wszystkie tabelki powinny mieć swój numer i podpis. Dla tabel podpis zawsze NAD TABELĄ.
  - e) Wszystkie rysunki powinny mieć swój numer i podpis. Dla rysunków numer i podpis zawsze POD RYSUNKIEM. Przez rysunki rozumiemy wszystkie obiekty graficzne (zrzuty ekranów, zdjęcia, wykresy, schematy, itp).
  - f) do równań, tabel, rysunków odwołujemy się poprzez podanie numeru (unikamy takich sformułowań jak „powyższy”, „poniższy”, „na poprzedniej stronie”, „pierwszy”, „ostatni” itp.).